

2021年度 大学共通テスト(1次日程)【数学Ⅰ・数学A】解説

第3問

(1)

(i) 反復試行の確率を、定義に従って計算するだけです。

(ii) 条件付き確率の定義に基づいて、 $P_w(A) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)}$ 及び $P_w(B) = \frac{P(B \cap W)}{P(W)}$ であるこ

とさえわかれば、 $P(W)$ や $P(A \cap W)$ や $P(B \cap W)$ の計算法は問題文に示されているので、難なく計算できると思います。

(2)(1)(i) で求めている「箱Aにおいて、3回中ちょうど1回当たる確率(①の確率)」を $P(A)$ 、「箱Bにおいて、3回中ちょうど1回当たる確率(②の確率)」を $P(B)$ とすると、

$$\begin{aligned} P_w(A):P_w(B) &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} : \frac{P(B \cap W)}{P(W)} = P(A \cap W):P(B \cap W) \\ &= \frac{1}{2}P(A):\frac{1}{2}P(B) = P(A):P(B) \end{aligned}$$

となるので、比が等しくなります。条件付き確率の分子から推測して欲しいです。

(3) 箱Cが増えても、 $P(A)$ や $P(B)$ を変える理由はありません。新たに計算する必要が生じるのは、「箱Cにおいて、3回中ちょうど1回当たる確率」です。これをここでは

$P(C)$ とおいて、反復試行の確率の定義に基づいて計算すると $P(C) = \frac{3^3}{2^6}$ になります。

(なお、最終的な答えを出すまでの段階では、できる限り素因数分解の形にしておいた方がいいです。通分や分配法則を利用する際に便利なので)。

$$P(W) = P(A \cap W) + P(B \cap W) + P(C \cap W) = \frac{1}{3}P(A) + \frac{1}{3}P(B) + \frac{1}{3}P(C) \text{ になるこ}$$

とは問題文に示唆されているので、それに基づいて $P(W)$ を計算します。最後は、

$$P_w(A) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)} \text{ を計算して、答えとなります。}$$

(4) $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(C)$ はこれまで求めたものを用いればOK。「箱Dにおいて、3回中ちょうど1回当たる確率」を $P(D)$ として新たに計算して、4つの確率の大きさを比較して、大きい順に並べます。

原理は簡単ですが、 $P(A) = \frac{3}{2^3}$ 、 $P(B) = \frac{2^2}{3^2}$ 、 $P(C) = \frac{3^3}{2^6}$ 、 $P(D) = \frac{2^4 \cdot 3}{5^3}$ の大小比較はメンドイ…(*_*。素因数分解を利用したりして、計算の短縮に努めて欲しいです。